Übungsaufgaben 2 Oktober 2011

Roman Deeken, Maik Urban, Julia Zahran

11. Oktober 2011

1 Funktionenscharen

- Gegeben ist die Funktionenschar $f_t(x) = \frac{1}{6}x^3 + tx^2 + \frac{3}{2}t^2x$ mit $t > 0$
  1. Bestimmen Sie die Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, den Hoch- und Tiefpunkt und den Wendepunkt des Graphen von f.
  2. Untersuchen Sie das Verhalten der Funktion f_3 für $x \to \pm\infty$.
  3. Der Koordinatenursprung, der Tiefpunkt und der Wendepunkt des Graphen von f_3 sind die Eckpunkte eines Dreiecks. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.
  4. Ein Dreieck besitzt die Eckpunkte P(0;0), Q (x;0) und R (x; $f_3(x)$), wobei $-9 < x < 0$ gelte. Für welchen Wert von x wird der Inhalt dieses Dreiecks extremal?
- Gegeben ist die Funktionenschar $f_t(x) = \frac{1}{t}x^3 - tx$ mit $t > 0$.
  1. Bestimmen Sie die Nullstellen von f_t.
  2. Untersuchen Sie f_t auf Extrema und Wendepunkte.
  3. Welche Scharkurve hat die Wendetangente $y = -2x$?
  4. Welche Scharkurve schneidet die Gerade $y = -\frac{1}{2}x$ senkrecht?
  5. Ein achsenparalleles Rechteck besitzt die Eckpunkte P(0;0), Q(x;0), R(x;$f_1(x)$) und S(0;$f_1(x)$), wobei $-1 < x < 0$ gelte. Für welchen Wert von x ist der Inhalt dieses Rechtecks maximal?

2 Bestimmung ganzrationaler Funktionen

- Der Graph einer ganzrationalen Funktion dritten Grades berüht die Winkelhalbierende des ersten Quadranten (im Koordiantensystem oben rechts) bei $x = 1$ und ändert sein Krümmungsverhalten in P(0;0,5).
- Gesucht ist eine ganzrationale Funktion ditten Grades mit dem Wendepunkt W(-2;6), die an der Stelle $x = 4$ ein Maximum hat. Außerdem ist der Anstieg der Wendetangene bekannt. Er ist gleich -12.
- Eine ganzrationale Funktion vierten Grades hat im Ursprung ein Extremum. P(-1;-3) ist ein Wendepunkt. Die zugehörige Wendetangente schneidet die y-Achse in P(0;2).

3 Extremalprobleme

- Eine Raumsonde bewegt sich auf einer parabelförmigen Bahn mit der Gleichung $f(x) = \frac{1}{4}x^2$. In welchem Punkt der Bahnkurve der Sonde wird der geringste Abstand zum Punkt B(3;0) erreicht?
- Ein Rechteck mit fest gegebenen Umfang U rotiert um eine seiner Achsen, sodass ein Zylinder entsteht. Welche Maße mus das Rechteck erhalten, damit das Zylindervolumen ein Maximum annimmt?